

## KAOTİK LORENZ SİSTEMİNİN YARI-AYNA YAPISI

Yılmaz UYAROĞLU<sup>1</sup>

### Özet

Bu çalışmada, yarı sarmalama uygulaması yapıldıktan sonra iki basit çeker birleştirilerek Lorenz çekerinin yarı-ayna yapısı elde edilmiştir. Çalışmada bu uygulamanın MATLAB programı ile gerçekleştirilmesinin yanısıra Lorenz çekerinin oluşum yöntemi de anlatılmaktadır.

*Anahtar kelimeler:* Lorenz Çekeri, Kaos, Yarı-Ayna Yapısı.

### 1.GİRİŞ

Kaos konusu, son otuz yıl boyunca bilim, matematik ve mühendislik camiası tarafından kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Kaotik bir sistem, karmaşık ve önceden tahmin edilmeyen davranış gösteren, doğrusal olmayan belirleyici bir sistemdir. Başlangıç koşullarına ve sistemin parametre çeşitlemelerine olan hassas bağımlılığı kaotik davranışın önemli bir karakteristiğidir. Kaosun, bilgi işleme, güç sistemlerinde zarar engelleme, yüksek performans devre ve elemanları, düşük güç tüketimli tam sıvı karışımı gibi birçok dalda kullanışlı veya yüksek potansiyelde kullanışlı olduğu kabul edilmiştir. 1963 yılında Lorenz, atmosferik aktarım[1] ve insan beyni ve kalbine dair biyomedikal mühendislik uygulamaları[2] araştırmaları esnasında ilk kaotik çekeri 3-boyutlu bir özerk sistem içinde bulmuştur. Bütün bunlar kaos ile aynı amaçlı veya kaosun devamı niteliğinde yeni bir oluşum başlığı[3] altında şu anki araştırmaları teşvik etmiştir[4]. 1963 yılında Lorenz ilk kaotik çekeri bulmuştur. Sadece iki çarpım terimli üçüncü derece bir otonom sistem olan  $A=[a_{ij}] 3 \times 3$ , sadece  $a_{12} \cdot a_{21} < 0$  koşulunda Chen sistemi ile çözümlenebilmekteyken  $a_{12} \cdot a_{21} > 0$  koşulunda Lorenz sistemi ile çözümlenebilmiştir.

Son zamanlarda Lü et al,  $a_{12} \cdot a_{21} = 0$  şartını savunan ve Lorenz-Chen çekerleri arasında geçişi temsil eden yeni bir kaotik sistem [5] bulmuştur. Elwakil ve Kennedy [6] ve Özoğuz et al.'in ürettiği, bir çarpanın mutlak değerli  $f(x) = |x|$  fonksiyonuyla, diğer çarpanın ise bipolar anahtarlama sabitiyle yer değiştirdiği geliştirilmiş Lorenz sistemi de [7] dikkate değerdir. Bu üretilen sistemde, oluşan kelebek şekilli çekerin bileşke doğasını sınamak için ek bir kontrol parametresi kullanılır. Böylece kontrol kazançlarıyla birlikte iki basit çeker oluşturularak birleştirildiğinde tüm bir kelebek şeklini veren çekerin, kelebek kanatlarından biri veya diğerinin kaotik dinamiklerini sınırlandırmak mümkün olmaktadır. [8]de bu geliştirilmiş Lorenz sisteminin detaylı analizi verilmiştir. Araştırmalar, Lorenz çekerinin iki basit çekerinde yarı-ayna yapısının olup olmadığı sorusunu ortaya atmaktadır.

---

<sup>1</sup>Sakarya Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Esentepe Kampüsü Sakarya, TÜRKİYE  
e-posta: uyaroglu@sakarya.edu.tr

## 2. Lorenz ekerinin Birleřim Analizi

Lorenz ekerini tanıtan doğrusal olmayan diferansiyel denklemler aşağıdaki gibidir:

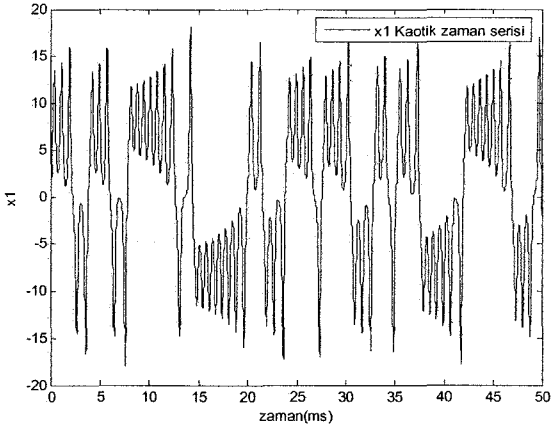
$$\dot{x} = \sigma (y - x)$$

$$\dot{y} = rx - y - xz$$

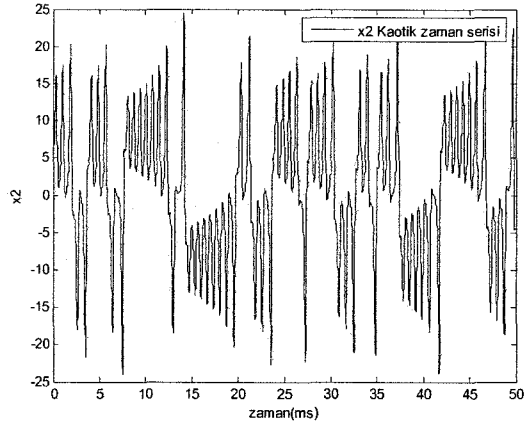
$$\dot{z} = xy - bz$$

(1)

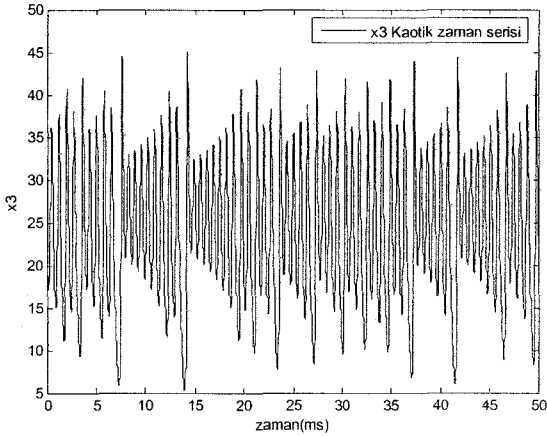
Denklemlerin kaotik zaman serileri Şekil 1.(a),(b),(c)de kaotik ekerler ise Şekil 1.(d),(e),(f)de gsterilmiřtir.



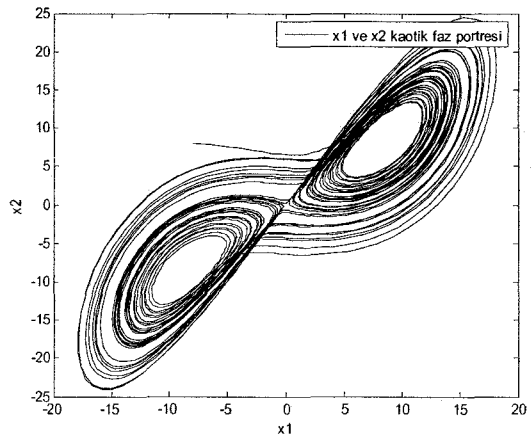
(a)



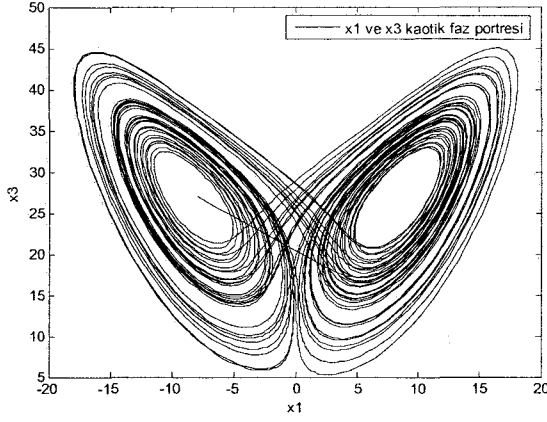
(b)



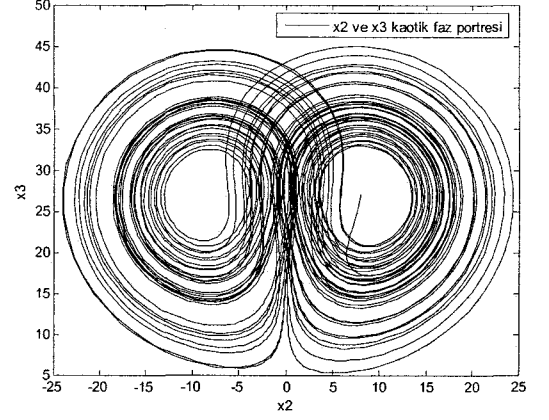
(c)



(d)



(e)



(f)

Şekil 1. Başlangıç koşulları  $X_0 = [-8 \ 8 \ 27]$  ve  $\sigma = 10$ ,  $r=28$ ,  $b=8/3$  olduğunda Kaotik zaman serileri (a), (b), (c) ve kaotik çekerler (d), (e), (f).

Lorenz çekerinin yarı ayna şeklinin araştırılabilmesi için ikinci denkleme sabit bir kazanç eklenir.

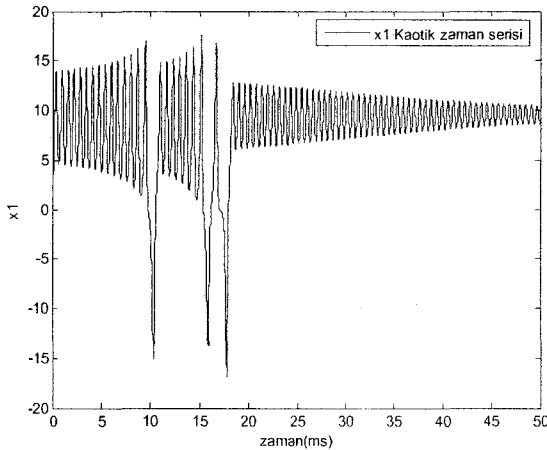
$$\dot{x} = \sigma(y-x) + m$$

$$\dot{y} = rx - y - xz$$

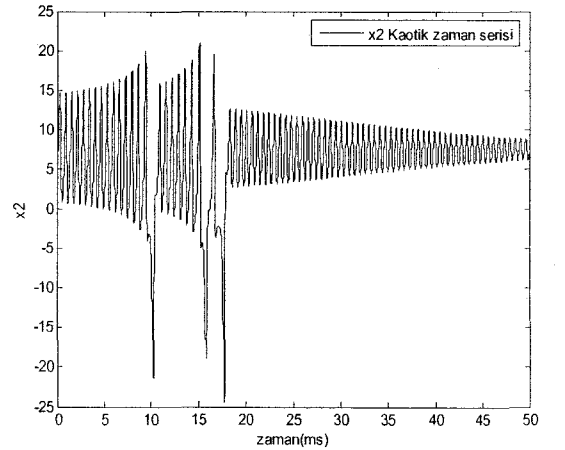
$$\dot{z} = xy - bz$$

(2)

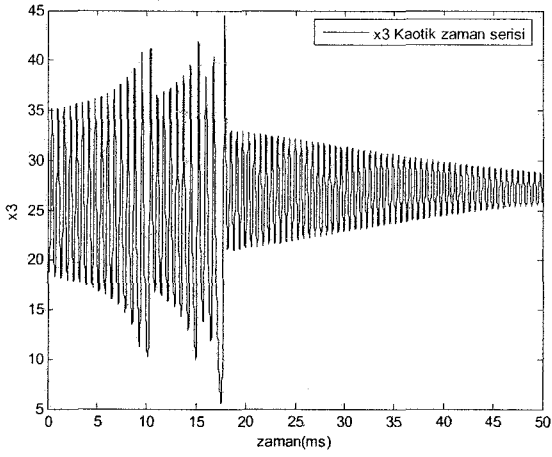
$m=20$  olduğunda Şekil 2.(a),(b),(c)deki kaotik zaman serileri, ve Şekil2.(d),(e),(f)de ise Lorenz çekerinin sağ çekeri elde edilmiştir;  $m= -20$  iken sağ çekerin aynalı görüntüsü, Şekil 3.(g),(h),(i)de görülen zaman serileri ve Şekil 3.(j),(k),(l)deki sol çekerin görüntüsü elde edilmiştir. Bu da yarı sarmalama uygulaması yapıldıktan sonra iki basit çekerin birleştirilerek Lorenz çekerinin yarı-ayna yapısı elde edilmesi anlamına gelmektedir.



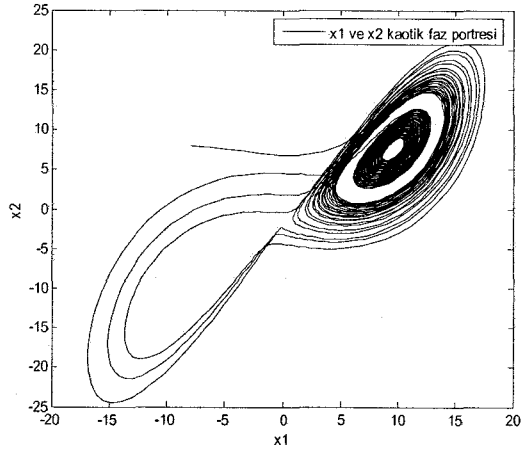
(a)



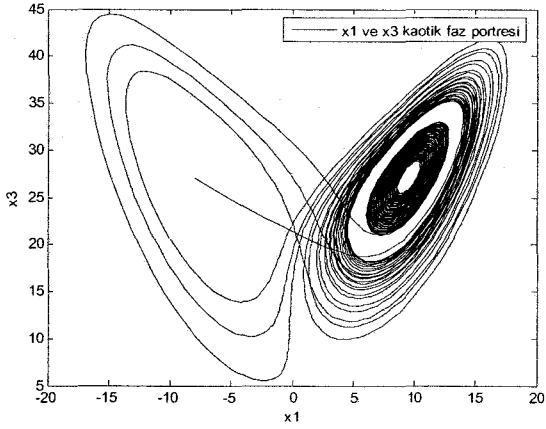
(b)



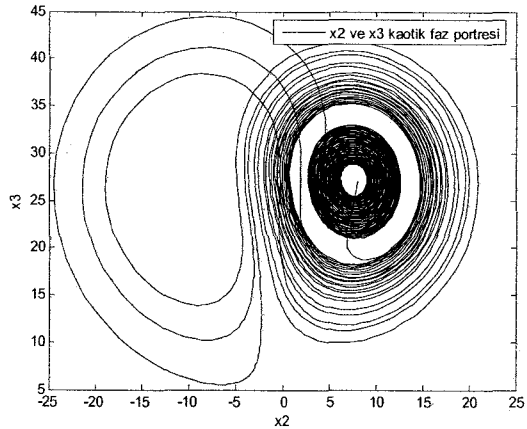
(c)



(d)

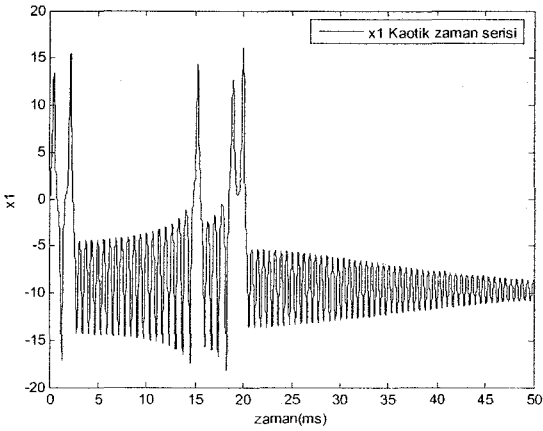


(e)

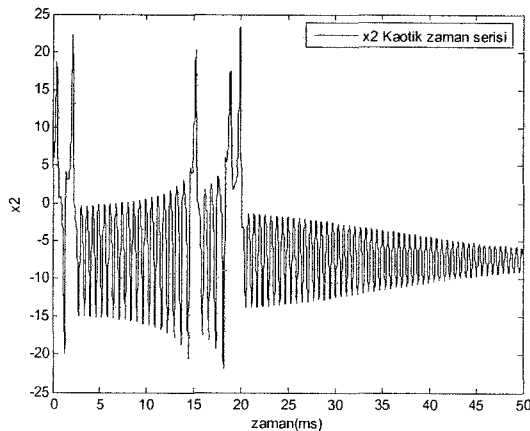


(f)

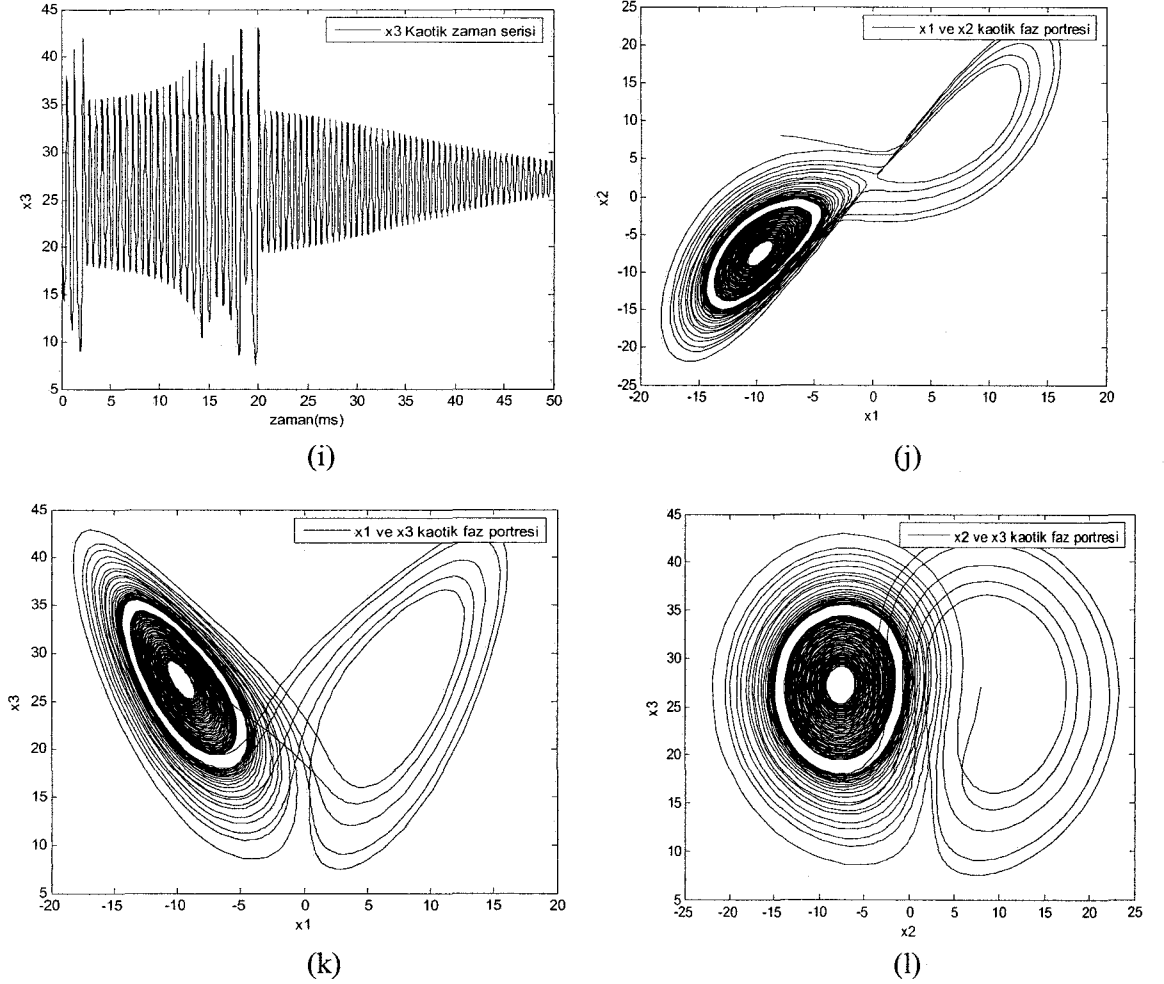
Şekil 2.  $m=20$ ,  $\sigma=10$ ,  $r=28$ ,  $b=8/3$  ve başlangıç koşulları  $X_0=[-8 \ 8 \ 27]$  olduğunda Lorenz çekerinin kaotik zaman serileri (a),(b),(c) ve kaotik faz portreleri (d),(e),(f)



(g)



(h)



Şekil 3.  $m=-20$ ,  $\sigma=10$ ,  $r=28$ ,  $b=8/3$  ve başlangıç koşulları  $X_0=[-8 \ 8 \ 27]$  olduğunda birleşik Lorenz çekerinin kaotik zaman serileri(g),(h),(i), ve kaotik faz portreleri (j),(k),(l),

### 3. Lorenz Çekerinin Yapı Yordamı

Bu bölümde kontrollü Lorenz sisteminin dinamik davranışları,  $m$  parametresine farklı değerler verilerek, teorik analiz ve sayısal hesaplama yoluyla incelenmiştir. Ayrıca, iki basit çekerin birleştirilmesiyle Lorenz çekerini oluşturulması anlatılmıştır.  $19 < |m| < 22$  olduğu zaman çeker sağ veya sol çeker olur. [bkz. Şekil 2.(d)-(f) ve Şekil 3.(j),(l)]  $|m| \leq 5$  olduğunda sistem (2) tam bir çekere sahip olur. [bkz. Şekil 1.(d)-(f)]

### 4.Sonuçlar

Bu çalışma ile Lorenz çekerinin yarı-ayna yapısının belirlenmesi raporlanmış ve dinamik yöntemin oluşumu araştırılmıştır. Lorenz sistemi ve genellemesinin önemini daha iyi anlamaya yardımcı olacak bu ilginç yarı-sarmal yapı hakkında hala birçok karmaşık dinamik davranış vardır.

## Kaynakça

- [1] Qi, G., Chen, G., Du, S., Chen, Z., Yuan Z.,[2005] "Analysis of a new chaotic system" *Physica A* 352, 295–308.
- [2] Chen, G. & Dong, X. [1998] *From Chaos to Order: Methodologies; Perspectives and Applications* World Scientific, Singapore).
- [3] Chen, G. & Ueta, T. [1999] "Yet another chaotic attractor," *Int. J. Bifurcation and Chaos* 9, 1465-1466.
- [4] Elwakil, A. & Kennedy, M. [2001] "Construction of classes of circuit-independent chaotic oscillators using passive-only nonlinear devices," *IEEE Trans. Circuits Syst. I* 48, 289-307.
- [5] Lü, J. & Chen, G. [2002] "A new chaotic attractor coined," *Int. J. Bifurcation and Chaos* 12(3), 659-661.
- [6] Lü, J., Chen, G. & Zhang, S. [2002] "Dynamical analysis of a new chaotic attractor," *Int. J. Bifurcation and Chaos* 12.
- [7] Özoğuz, S., Elwakil, A. & Kennedy, M. [2001] "Experimental verification of the butterfly attractor in a modified Lorenz system," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*.
- [8] Sparrow, C. [1982] *The Lorenz Equations: Bifurcations; Chaos; and Strange Attractors* (Springer-Verlag, NY).